ಕರ್ನಾಟಕ ಸರಕಾರ

ಅರಣ್ಯ ಇಲಾಖೆ

ರೇಂಜ್ ಫಾರೆಸ್ಟ್ ಅಧಿಕಾರಿ ಭರ್ತಿ ಪರೀಕ್ಷೆ (ಪ್ರಮುಖ) 2007

7ನೇ ನವೆಂಬರ್ 2007 (10.30 ರಿಂದ 1.30ರ ವರೆಗೆ)

ಆಯ್ಕೆ ಪರೀಕ್ಷೆ : ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ

ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು: 100 ಸಮಯ: 3 ಘಂಟೆಗಳು

ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳು ಕಡ್ಡಾಯ:–

ಭಾಗ–ಅ (ಪ್ರತಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ 1 ಅಂಕ)

1) ಎಲ್ಲಾ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ

a) R ನಿಂದ R ಗೆ ಇರುವ ಎಲ್ಲಾ ಉತ್ಪನ್ನಗಳನ್ನು V ಸದಿಶಸ್ಪೇಸ್ ಒಳಗೊಂಡಿದೆ. W={f: f(-x)=-f(x)} V ನ ಒಂದು ಉಪಸ್ಪೇಸ್ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ

b) $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x-1}\right)^{x}$ ಇದರ ಬೆಲೆ ಏನು?

c)

$$f(x) = \frac{(a^2-ax+x^2)^{1/2} - (a^2+ax+x^2)^{1/2}}{(a+x)^{1/2} - (a-x)^{1/2}}$$

ಉತ್ಪನ್ನವು ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನ ಆಗಿರುವಂತೆ f(0) ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

d) a ಮತ್ತು b ಗಳು G ಸಂಕುಲದಲ್ಲಿ ಅಂಶಗಳಾಗಿದ್ದು

$$a^2 = 1, a^{-1}b^2a = ba \text{ then prove that } b = a$$

e) σ = ?? $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}$ ಸಮ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

f) $L\,(sinat) = \frac{a}{s^2+a^2}\ for\ s > 0.$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ

g) $\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{3}$ ಅನ್ನು ತೃಪ್ತಿಪಡಿಸುವ Z ಬಿಂದುಗಳ ಬಿಂದು ಪಥವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

h) (-2,1,3) ಮತ್ತು (3,1,-2) ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

i) If $\begin{vmatrix}x & x^2 & 1+x^2\\ y & y^2 & 1+y^2\\ z & z^2 & 1+z^2\end{vmatrix} = 0$ ಆಗಿದ್ದರೆ xyz =1 ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

j) ಮಾತೃಕೆ $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 6 & 4\end{pmatrix}$ ಇದರ ರ್‍ಯಾಂಕ್ 1 ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

k) 2x-2y+z+3=0 ಮತ್ತು 4x-4y+2z+5=0 ಈ ಸಮತಲಗಳ ನಡುವಿನ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

l) 2-2+2-2+ ……… ಈ ಶ್ರೇಣಿಯ ಡೋಲಾಯಮಾನ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

m) $x\,(1-x^2)\mathrm{dy}+(2x^2\mathrm{y}-\mathrm{y}-\mathrm{a}x^3)\mathrm{dx}=0$ ಇದರ ಒಂದು ಅನುಕಲನ ಅಪವರ್ತನ (integrating factor)ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

n) $f=\mathrm{r}\cos\theta+\tan\theta$ ಆಗಿದ್ದರೆ $grad f$ ನ್ನು ದ್ರುವೀಯ ನಿರ್ದೇಶಗಳಲ್ಲಿ $polar\ co-ordinates$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

o) ಒಂದು ಸರಳ ಲೋಲಕದ ಉದ್ದವನ್ನು 44% ಹೆಚ್ಚಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇದರ ಕಾಲದ ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಶೇಕಡವಾರು ಹೆಚ್ಚಳ 20% ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

p) $\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{y}}{\mathrm{dx}^2}+\frac{2}{\mathrm{x}}\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dx}}=0$ ಇದಕ್ಕೆ $y=cx^{-1}+\mathrm{d}$ ಒಂದು ಪರಿಹಾರ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

q) f (x,y) = x^2+y^2 ಆಗಿದ್ದರೆ f_x ಮತ್ತು f_y ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

r) $(ax+b)^m$ ಇದರ n^{th} ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

s) a ಯಾವುದಾದರು ಒಂದು ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದ್ದರೆ $a^3=0,1\ or\ 6\ (mod 7)$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

t) If f(t) = $(t-t^2)$ i + t^3j-3k ಆಗಿದ್ದಾಗ $\int f(t)dt.$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಭಾಗ–ಆ (ಪ್ರತಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ 3 ಅಂಕ)

2) ರೇಖಿಯ ಸರ್ವಸಮತೆ 9x ≡21 (mod 30) ಇದನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

ಅಥವಾ

x^2 (y+1)dx + Y^2(x-1) dy = 0 ಇದನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

3) G ಮತ್ತು H ಎರಡು ಸಂಕುಲಗಳಾಗಿರಲಿ ಮತ್ತು η: G→H homomorphism ಆಗಿರಲಿ ಬಿಡಿಸಿ ಇಲ್ಲಿ N=Ker η ಆಗಿದ್ದರೆ G ಮತ್ತು $\frac{G}{N}$. ಗಳು ಐಸೋಮಾರ್ಫಿಕ್ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಅಥವಾ

l_1, m_1, n_1, l_2 m_2 n_2 and l_3, m_3, n_3 ಗಳನ್ನು ಡೈರಕ್ಷನ್ ಕೊಸೈನ್‌ಗಳಾಗಿ ಉಳ್ಳ 3 ಏಕ ಬಿಂಧುಸ್ಥ ರೇಖೆಗಳ ಸಮಕಾಲವಾಗಿರಲು $\begin{vmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{vmatrix}=0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

4) A ಮತ್ತು B ಗಳ ಬೇರೆ ಬೇರೆ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ $xy=Ae^x+Be^{-x}+x^2$ ಇದರ ವಕ್ರಗಳ ಗುಂಪಿನ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ

ಅಥವಾ

$y^{111}-3y^{11}+3y^1-y=t^2e^t$ ಇದನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. ಇಲ್ಲಿ $y\,(0)=1, y^1\,(0)=0, y^{11}\,(0)=-2$ ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

5) ಒಂದು ಪರಿಮಿತ ಆಯಾಮವುಳ್ಳ ಸದಿಶ ಸ್ಪೇಸ್‌ನಲ್ಲಿ ಎರಡು ಬೇಸ್‌ಗಳಲ್ಲಿ ಇರುವ ಸದಿಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಒಂದೇ ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಅಥವಾ

ಒಂದು ಪರಿಮಿತ ಅನುಕೂಲ ಕ್ಷೇತ್ರವು ಯಾವಾಗಲು ಕ್ಷೇತ್ರ (field) ವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

6) F ನ ಲಕ್ಷಣಿಕವು 2 ಅಲ್ಲ ಮತ್ತು A= $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 6 & -11 & 6 \end{pmatrix}$ F_3 ಯಲ್ಲಿದೆ. $A^3 - 6A^2 + 11A - 6 = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

ಅಥವಾ

x = 2.11 ಮತ್ತು y = 4.15, ನಲ್ಲಿ $\Delta x = 0.005$, $\Delta y = 0.001$ ಗಳು absolute errors ಗಳಾಗಿದ್ದರೆ x + y ರೆಲೆಟಿವಿ ಎರರ್ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಭಾಗ–ಇ (ಪ್ರತಿ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ 12 ಅಂಕ)

7) Fermat's ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $11^{104} + 1$ ನ್ನು 17 ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\sqrt{n^4+1} - \sqrt{n^4-1}\right]$$

ಈ ಶ್ರೇಣಿಗೆ ಅಭಿಸರಣ ಅಥವಾ ಅಪಸರಣಕ್ಕಾಗಿ ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ

ಅಥವಾ

sinx + cos 2x ಇದರ ಗರಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಕಾರ್ಡಾನ್ ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ $x^3-6x-9=0$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

8) $\frac{x-4}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+1}{7}$ and $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-10}{8}$ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳು ಸಮಕಾಲವಾಗಿವೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಹಾಗೆಯೆ ಇವುಗಳು ಛೇದಿಸುವ ಬಿಮದುವನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ, $L^{-1}\left[\frac{1}{s^2+1)^2}\right]$ ಇದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

ಉತ್ಪನ್ನ e^x (cosy + I siny) holomorphic ಎಂದು ತೋರಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದರ ನಿಷ್ಪತ್ತಿಯನ್ನು ಕಂಡಿಹಿಡಿಯಿರಿ.

R ಒಂದು ಏಕಮಾನವಿರುವ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ವಲಯವಾಗಿದೆ. M, R ನ ಒಂದು ideal ಆಗಿದೆ M ಒಂದು ಗರಿಷ್ಠ ideal ಆಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಆಗಬೇಕಿದ್ದರೆ $\frac{R}{M}$ ಒಂದು ಕ್ಷೇತ್ರವಾಗಿರಬೇಕು ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

9) Z ನ ಎಲ್ಲಾ ಬೆಲೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ಪನ್ನ f(z) ನಿರ್ದೇಶಕ analytical ಆಗಿದ್ದರೆ ಮತ್ತು ಮೇರೆಯಲ್ಲಿದ್ದರೆ, ಉತ್ಪನ್ನ f ಸ್ಥಿರಗುಣವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ grad (uv) = u grad v + v grad u ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

ಅಥವಾ

ಸಮತಲದಲ್ಲಿ ಗ್ರೀನ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿರಿ. ಈ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಬಳಸಿ $\oint_c (x^2 - \cosh y)\, dx + (y + \sin x) dy$ ಇದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇಲ್ಲಿ c ಯು (0,0), $(\pi. 0)$ $(\pi, 1) and$ $(0,1)$ ಗಳನ್ನು ಶೃಂಗಗಳನ್ನಾಗಿ ಉಳ್ಳ ಒಂದು ಆಯತವಾಗಿದೆ.

10) ಕ್ಷೇತ್ರ F ಮೇಲಿನ ಸದಿಶ ಸ್ಪೇಸ್ V ಆಗಿದೆ. V_1 ....V_n (F ಮೇಲಿನ) V ಗೆ ಒಂದು ಬೇಸಿಸ್ (basis of V over F) ಆಗಿದೆ ಮತ್ತು V ನಲ್ಲಿ W_1 .... W_m ಗಳು F ಮೇಲೆ ಲೀನಿಯರ್ಲಿ ಇಚಿಡಿಪೆಂಡೆಂಟ್ ಆಗಿದ್ದರೆ, m$\leq n$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

z=2,1,0 ಬಿಂದುಗಳನ್ನು w=1,0,i. ಗಳಿಗೆ ಕ್ರಮವಾಗಿ ಕೊಂಡೊಯ್ಯುವ ದ್ವಿರೇಖೀಯ (Bilinear) ಟ್ರಾನ್ಸ್‌ಫಾರಮೇಷನನ್ನು ಕಂಡು ಹಿಡಿಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

ಪ್ರಮಿತೀಯ ಚರಾಕ್ಷರತೆ (variation of parameters) ವಿಧಾನವನ್ನು ಬಳಸಿ $\frac{d^2y}{dx^2} + y = cosec\ x.$ ನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

ಮಾತೃಕೆ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & -3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ ಯ ರ್‍ಯಾಂಕ್(rank) ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11) cramer's ನಿಯಮವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ

x + y + z = 1

2x + 3y + 4z = 1
x – y – z =0 ಬಿಡಿಸಿ.

ಗೌಸ್‌ನ ಇಂಟರ್‌ಪೋಲೇಷನ್ ನಿಯಮದಿಂದ ಆರಂಭಿಸಿ ಬೆಸೆಲ್‌ನ ಸೆಂಟ್ರಲ್ ಡಿಫರೆನ್ಸ್ ನಿಯಮವನ್ನು ಪಡೆಯಿರಿ.

ಅಥವಾ

$\pi = \int_0^1 \frac{4dx}{(1+x^2)}$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು trapezoidal and simpson's $^1/_3$ ನೆ ನಿಯಮವನ್ನು ಬಳಸಿ ಹೇಗೆ ಪಡೆಯುತ್ತೀರೆಂದು ವಿವರಿಸಿ.

ಕೇಲೆ–ಹ್ಯಾಮಿಲ್ಟನ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಮಾತೃಕೆ $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ಇದರ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.